

Lösung zur
§17-Klausur Flugmechanik 1 SS 2000

Datum: 13.07.2000

Aufgabe 1

- 1.) Soll die maximale Reichweite erreicht werden, so müssen Auftriebsbeiwert und Fluggeschwindigkeit entsprechend optimal gewählt werden:

$$C_{L,md} = \sqrt{\rho A e C_{D,0}} \quad [3.3-6]$$

$$C_{L,md} = \sqrt{\rho A e C_{D,0}} = \sqrt{\frac{C_{D,0}}{k}}$$

hier mit $C_{D,0} = 0,020$ und $k = \frac{1}{\rho A e} = 0.044$

$$C_{L,md} = 0.6742$$

$$C_{L,opt} = \frac{1}{\sqrt{3}} C_{L,md} = 0.3892 \quad [7.1-5]$$

$$L_{md} = m g = \frac{1}{2} \rho V_{md}^2 C_{L,md}^2 S \quad \text{in 30000 ft mit } \rho = 0.45831 \text{ kg/m}^3$$

$$V_{md} = \sqrt{\frac{2 m g}{\rho C_{L,md}^2 S}} = 163.31 \text{ m/s}$$

$$V_{opt} = \sqrt[4]{3} V_{md} = 214.93 \text{ m/s}$$

Die maximale Reichweite wird erreicht, wenn in 30000 ft mit einer Fluggeschwindigkeit von 214.93 m/s geflogen wird.

- 2.) In 30000 ft beträgt die Schallgeschwindigkeit a 303.17 m/s.

$$M_{opt} = V_{opt} / a = 0.709$$

Die maximale Reichweite wird erreicht, wenn in 30000 ft zunächst mit einer Machzahl von 0.709 geflogen wird.

$$3.) \quad E = C_L / C_D$$

$$C_D = 0.020 + 0.044 C_L^2$$

$$C_{D,opt} = 0.020 + 0.044 C_{L,opt}^2 = 0.02667$$

$$E = 0.3892 / 0.02667 = 14.59$$

Der Reiseflug wird mit bei einer Gleitzahl von 14.59 durchgeführt.

- 4.) Bei konstanter Fluggeschwindigkeit wird der Reiseflug bei leichtem Steigen durchgeführt, um bei abnehmender Masse (aufgrund der mit zunehmender Höhe abnehmenden Dichte) mit konstantem und optimalem Auftriebsbeiwert fliegen zu können. Diese Art des Reisefluges eines Strahlflugzeuges wird durch die Breguet'sche Reichweitengleichung beschrieben:

$$R = \frac{V E}{c g} \ln \frac{m_1}{m_2} \quad [7.1-9]$$

$$m_2 = m_1 e^{-\frac{R c g}{V E}}$$

Die Kraftstoffmasse beträgt

$$m_F = m_1 - m_2 = m_1 \left(1 - e^{-\frac{R c g}{V E}} \right) = 7832 \text{ kg} .$$

Aufgabe 2

$$1.) \quad V = V_E / \sqrt{s} \quad [1.4-9] \quad \text{Ergebnisse in **Tabelle 1**.}$$

$$2.) \quad x := \frac{T}{T_0} = \frac{1}{p + q V} \quad (1)$$

$$x_1 = \frac{1}{p + q V_1} \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{1}{p + q V_2} \quad (3)$$

Für jede Flughöhe sind zwei Gleichung (2) und (3) mit zwei Unbekannten p und q gegeben.

$$\text{Aus (2)} \quad p = \frac{1}{x_1} - q V_1 \quad (4)$$

$$(4) \text{ eingesetzt in (3):} \quad x_2 = \frac{1}{\frac{1}{x_1} - q V_1 + q V_2} = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + q (V_2 - V_1)}$$

$$\text{aufgelöst nach } q \quad q = \frac{\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}}{V_2 - V_1}$$

Mit q kann jetzt auch p nach Gleichung (4) berechnet werden. Weiterhin kann T/T_0 nach Gleichung (1) berechnet werden. Die Ergebnisse sind in **Tabelle 1** angegeben.

- 3.) Die Steigzeit wird aus der Steiggeschwindigkeit berechnet. Die **Steiggeschwindigkeit ROC** ist:

$$ROC = \frac{V \left(\frac{T}{W} - \frac{D}{W} \right)}{1 + \frac{V}{g} \frac{dV}{dh}} \quad [5.3-10] \quad (5)$$

Die Änderung der Fluggeschwindigkeit mit der Höhe - die in Teilaufgabe 1 errechnet wurde - soll hier vernachlässigt werden, dadurch wird der Nenner in Gleichung (5) zu 1. Es darf (gemäß Aufgabenstellung) angenommen werden, daß der Steigwinkel gering ist, dann ist auch das Gewicht gleich dem Auftrieb: $W = L$ und aus (5) wird

$$ROC = V \left(\frac{T}{W} - \frac{D}{L} \right) \quad (6)$$

Das Schub-Gewichtsverhältnis am Boden mit Geschwindigkeit 0 m/s beträgt gemäß Aufgabenstellung $T_0/W = 0.31$. Es ist dann in der Höhe bei gegebener Geschwindigkeit

$$\frac{T}{W} = \frac{T_0}{W} \frac{T}{T_0} = 0.31 x \quad (7)$$

Das Verhältnis aus Widerstand und Auftrieb ist

$$\frac{D}{L} = \frac{C_D}{C_L} \quad .$$

Der Auftriebsbeiwert wird berechnet aus

$$L = m g = \frac{1}{2} \rho_0 V_E^2 C_L S$$

$$C_L = \frac{2 m g}{\rho_0 V_E^2 S} = \frac{m}{S} \frac{2 g}{\rho_0 V_E^2} = 0.500$$

und C_D nach der in der Aufgabenstellung gegebenen Polaren ist

$$C_D = 0.0311 \quad .$$

Werden diese Teilergebnisse in (6) eingesetzt, dann erhalten wir die Steiggeschwindigkeit aus

$$ROC = V \left(\frac{T}{W} - \frac{C_D}{C_L} \right) \quad (8)$$

oder weiter eingesetzt:

$$ROC = V (0.31 x - 0.0622) \quad .$$

Die Ergebnisse enthält **Tabelle 1**.

Die **Steigzeit** wird in zwei Höhenstufen berechnet: 1.) von 0 ft auf 13000 ft und 2.) von 13000 ft auf 26000 ft. Da nach der Steigzeit bis 19500 ft gefragt ist muß die Steigzeit von 13000 ft auf 19500 ft aus dem Ergebnis für die zweite Stufe interpoliert wird. Benötigt

werden die Gleichungen für die Änderungsrate der Steiggeschwindigkeit mit der Höhe A und für die Steigzeit von einer Höhenstufe zur nächsten Δt .

$$A_i = \frac{ROC_{i+1} - ROC_i}{\Delta h} \quad [5.3-23]$$

$$\Delta t_i = \frac{1}{A_i} \ln \frac{ROC_{i+1}}{ROC_i} \quad [5.3-25]$$

Die Ergebnisse enthält **Tabelle 1**.

In einer Höhe von 19500 ft wurde die zweite Höhenstufe gerade zur Hälfte durchflogen. Die Interpolation ist daher einfach: aufgrund der konstanten Steigrate in jeder Höhenstufe (Annahme aus der Aufgabenstellung) ist die im zweiten Intervall noch benötigte Steigzeit gerade die Hälfte der Steigzeit für das Durchsteigen der ganzen Stufe. Die gesamte Steigzeit auf 19500 ft beträgt:

$$4.217 \text{ min.} + 7.816 \text{ min.} / 2 = 8.124 \text{ min.} = \mathbf{8 \text{ min. und } 7 \text{ s.}}$$

- 4.) Bei angenommenem flachen Steigwinkel ist die wahre Eigengeschwindigkeit etwa genau so groß wie die Geschwindigkeit über Grund (ohne Windeinfluß). Die zurückgelegte Strecke berechnet sich einfach aus den Strecken, die in den einzelnen Höhenstufen zurückgelegt werden:

$$s_i = V_i \Delta t$$

wobei V_i die mittlere wahre Fluggeschwindigkeit im jeweiligen Intervall ist. Das zweite (und letzte) Höhenintervall wird nur zur Hälfte durchflogen. Es muß hier also die mittlere Fluggeschwindigkeit für die erste Hälfte dieses zweiten Intervalls berechnet werden. Die Zahlenwerte der Berechnung sind in **Tabelle 1** enthalten sowie unter "Berechnungen zur Teilaufgabe 4".

- 5.) Die Steiggeschwindigkeit in der Höhe von 13000 ft wird berechnet nach Gleichung (8) mit dem Schub-Gewichtsverhältnis nach Gleichung (7). In 13000 ft erhielten wir in Teilaufgabe 3 bei $V_E = 130 \text{ m/s}$ bzw. bei der wahren Fluggeschwindigkeit $V_{CLB} = 158.66 \text{ m/s}$ (siehe Tabelle 1) einen Auftriebsbeiwert von $C_{L,CLB} = 0.500$. Für den Auftriebsbeiwert bei anderen Geschwindigkeiten gilt dann

$$L = m g = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S = \frac{1}{2} \rho V_{CLB}^2 C_{L,CLB} S$$

und daraus

$$C_L = C_{L,CLB} \frac{V_{CLB}^2}{V^2} .$$

Der sich dabei einstellende Widerstandbeiwert C_D wird aus der gegebenen Polare berechnet. Die Ergebnisse enthält **Tabelle 2**.

Klausur FM1 SS2000

Aufgabe 2

$V_E = 130 \text{ m/s}$:
 $C_L = 0,5$
 $C_D = 0,0311$
 $C_D/C_L = 0,0622$

Tabelle 1: Ergebnisse zu den Teilaufgaben 1. 2. und 3.

H [ft]	V_1 [m/s]	$x_1=(T / T_{TIO})_1$	V_2 [m/s]	$x_2=(T / T_{TIO})_2$	SQRT(σ)	V [m/s]	q [m/s]	p [-]	$x=T / T_{TIO}$	ROC [m/s]	ROC [ft/min]	A [ft/(min ft)]	Δt [min]	t [min]	V_{mittel} [m/s]
0	100	0,73	220	0,56	1,0000	130,00	0,003465	1,0233	0,67851	19,258	3791	-0,10168	4,217	0,000	144,33
13000	100	0,51	220	0,41	0,8194	158,66	0,003985	1,5623	0,45567	12,543	2469	-0,10877	7,816	4,217	178,17
26000	100	0,33	220	0,28	0,6576	197,68	0,004509	2,5794	0,28812	5,360	1055	---	---	12,032	

Hier nur zur Verdeutlichung des Triebwerkskennfeldes die Funktion $T/T_{TIO}=f(H,V)$

H [ft]	V [m/s]														
	0	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	
0	0,9772	0,8606	0,8122	0,7689	0,7300	0,6948	0,6629	0,6338	0,6071	0,5826	0,5600	0,5391	0,5197	0,5016	
13000	0,6401	0,5808	0,5551	0,5316	0,5100	0,4901	0,4717	0,4546	0,4387	0,4239	0,4100	0,3970	0,3848	0,3734	
26000	0,3877	0,3624	0,3509	0,3401	0,3300	0,3205	0,3115	0,3030	0,2949	0,2873	0,2800	0,2731	0,2665	0,2603	

Steigzeit auf 19500 ft: 4,217 min + 7,816 min / 2 = 8,124 min = **8 min und 7 s**

Berechnungen zur Teilaufgabe 4

Zurückgelegte Entfernung in Metern

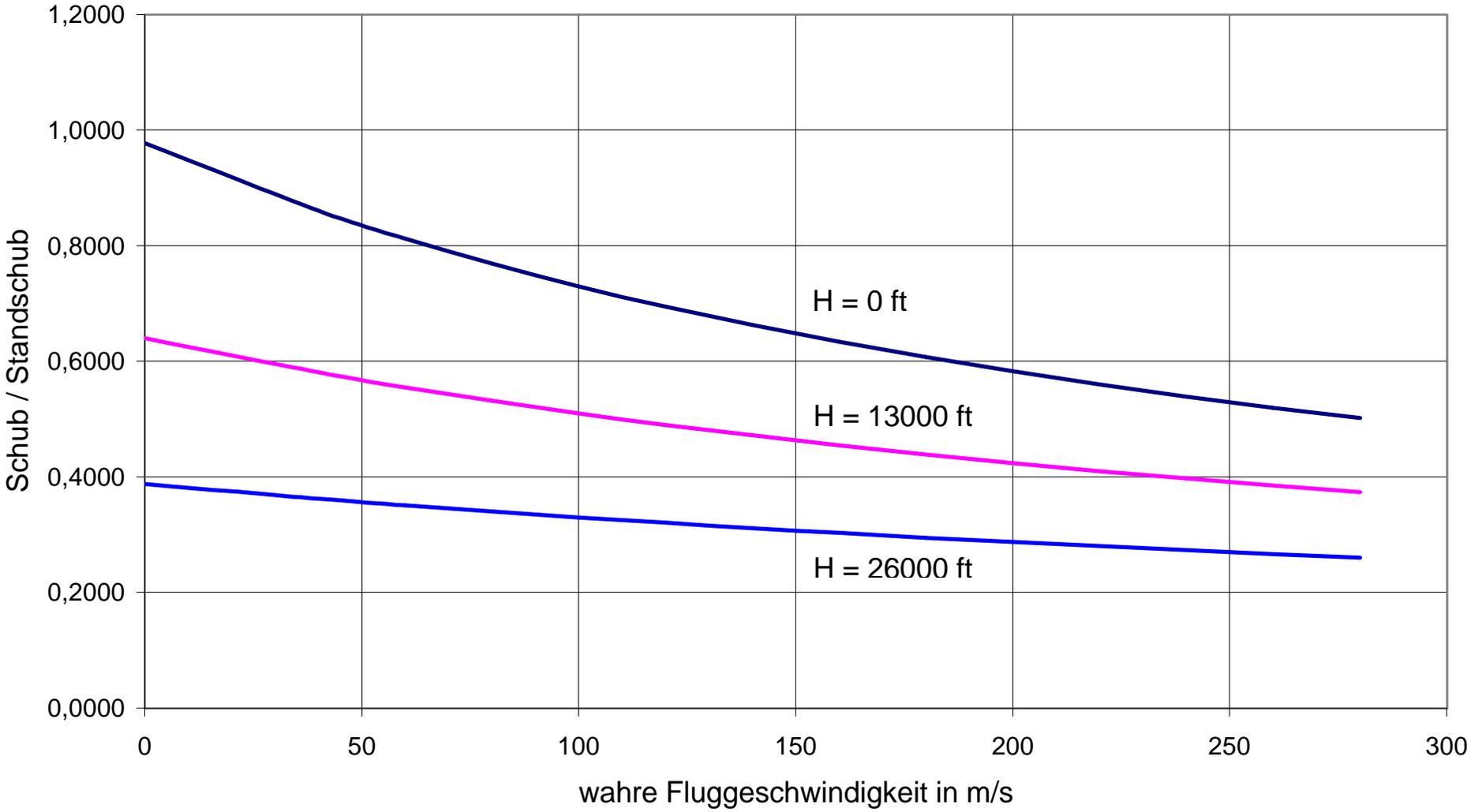
V_{mittel} von 13000 ft auf 19500 ft: $(158,66 + 178,17) / 2 = 168,42 \text{ m/s}$

$s_1 = 36514 \text{ m}$
 $s_2 = 39489 \text{ m}$
 $\frac{36514 + 39489}{2} = 76004 \text{ m} = \mathbf{41,6 \text{ NM}}$

Tabelle 2: Ergebnisse zur Teilaufgaben 5

V [m/s]	H = 13000 ft																	
	0	40	60	80	100	120	130	140	150	158,66	160	170	180	200	220	240	260	280
$x = T / T_{TIO}$	0,6401	0,5808	0,5551	0,5316	0,5100	0,4901	0,4807	0,4717	0,4630	0,4557	0,4546	0,4465	0,4387	0,4239	0,4100	0,3970	0,3848	0,3734
C_L	---	7,87	3,50	1,97	1,26	0,87	0,74	0,64	0,56	0,5000	0,49	0,44	0,39	0,31	0,26	0,22	0,19	0,16
C_D	---	117,701	5,051	0,641	0,165	0,070	0,052	0,042	0,035	0,0311	0,031	0,028	0,025	0,023	0,021	0,020	0,020	0,019
ROC [m/s]	0,000	-591,267	-76,358	-12,885	2,733	8,635	10,262	11,388	12,137	12,543	12,578	12,750	12,674	11,819	10,044	7,334	3,655	-1,040
ROC [ft/min]	0	-116397	-15032	-2537	538	1700	2020	2242	2389	2469	2476	2510	2495	2327	1977	1444	720	-205

Schubverlauf



Steiggeschwindigkeit in Abhängigkeit der wahren Fluggeschwindigkeit

