university of applied sciences
gegr. 1970 fachhochschule hamburg
FACHBEREICH FAHRZEUGTECHNIK
UND FLUGZEUGBAU

Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME

Datum: 24.01.2001

Lösung zur
§17-Klausur Flugmechanik 1 WS 00/01

1. Klausurteil (keine Hilfsmittel - 30 Minuten - 16 Punkte)

1.1) Nennen Sie die entsprechende Bezeichnung folgender Luftfahrtausdrücke in englischer Sprache. (Hinweis: Wenn Sie die genaue Bezeichnung nicht wissen, dann beschreiben Sie den Begriff möglichst präzise. Das gibt dann noch die halbe Punktzahl).

1.	Flugmechanik	flight mechanics
2.	Überziehgeschwindigkeit	stall speed
3.	Segelflugzeug	sailplane
4.	Anstellwinkel	angle of attack
5.	Beschleunigung	acceleration
6.	Betriebsleermasse	operating empty mass (operating empty weight)
7.	Flügeltiefe, mittlere aerodynamische	mean aerodynamic chord
8.	gieren	to yaw
9.	Kraftstoffverbrauch	fuel consumption
10.	Meereshöhe	sea level
11.	Nurflügler	flying wing
12.	Reibung	friction

1.2) Nennen Sie die entsprechende Bezeichnung folgender Luftfahrtausdrücke in deutscher Sprache.

1.	unstable	instabil
2.	load	Last
3.	hinge moment	Scharniermoment
4.	shaft power	Wellenleistung
5.	headwind	Gegenwind
6.	non dimensional	dimensionslos
7.	screen height	Hindernishöhe
8.	endurance	Höchstflugdauer
9.	zero fuel weight	Leertankmasse
10.	turning flight	Kurvenflug
11.	unswept	ungepfeilt
12.	drag power	Widerstandsleistung

1.3) Ein starres Flugzeug hat **6** Freiheitsgrade: 3 rotatorische Freiheitsgrade: nicken, rollen, gieren und 3 translatorische Freiheitsgrade in den 3 Raumachsen.

1.4) Internationaler Standard-Atmosphäre in Meereshöhe:
Temperatur: t = 15 °C bzw. T = 288,15 K
Druck: p = 1013,25 hPa
Dichte: ρ = 1,225 kg/m³

1.5) a) Standardbedingungen => wahre Höhe (Berg) = Dichtehöhe (Anzeige Höhenmesser).
Also: Anzeige: 9000 ft
b) 0 °C ist kälter als Standardbedingung. Es wird daher eine veränderte Anzeige erwartet.
Merkregel: "Im Winter sind die Berge höher". D.h. Anzeige **mehr** als 9000 ft.
(Wenn das Flugzeug auf eine Höhenmesseranzeige von 9000 ft sinken würde, dann wären die Berge plötzlich "beängstigend" hoch).

1.6) Die optimalen Fluggeschwindigkeiten angeordnet auf der Geschwindigkeitsachse:

(1) Optimale Fluggeschwindigkeit für maximale **Steigrate** des Flugzeugs mit **Strahlantrieb**
(2) Optimale Fluggeschwindigkeit für maximale **Steigrate** des Flugzeugs mit **Propellerantrieb**
(3) Optimale Fluggeschwindigkeit für maximalen **Steigwinkel** des Flugzeugs mit **Strahlantrieb**
(4) Optimale Fluggeschwindigkeit für maximalen **Steigwinkel** des Flugzeugs mit **Propellerantrieb**

———— (4) ———— (2) ———— (3) ———— (1) ————→ V

1.7) Dynamische Stabilität setzt statische Stabilität voraus. Wenn das Flugzeug statisch instabil ist, dann muß es auch **dynamisch instabil** sein.

1.8) Der Vollkreis wird in 3,142 s durchflogen, d.h. die Periode T = 3,141 s. Die Frequenz ist dann $\nu = 1/T$ = 1/(3,141 s) = 1/(π s). Die Kreisfrequenz ist $\omega = 2\,\pi\,\nu$. Beim Looping entspricht die Kreisfrequenz der Nickrate q, weil sich das Flugzeug bei einem Looping gerade einmal um seine Querachse dreht. Es ist also hier: $q = \omega = 2\,\pi\,\nu = 2\,\pi\,/(\pi\text{ s}) = 2\text{ 1/s}$ = **2 rad/s**.

1.9) Gegeben: Gesamtmasse m = 1000 kg, Flügelfläche S = 20 m², Auftrieb L = 25000 N.
Flächenbelastung: m/S = 1000 kg/20 m² = **50 kg/m²**
Lastvielfache: $n = L/(m \cdot g) \approx$ 25000 N / (1000 kg · 10 N/kg) = **2,5**

2. Klausurteil (mit Hilfsmitteln - 150 Minuten - 53 Punkte)

Aufgabe 2.1 (9 Punkte)

Gegeben:

$h_p = 9500\text{ ft}$ $h = H = 9000\text{ ft}$ $V = 250\text{ kt}$ $k_r = 0{,}97$

In Meereshöhe herrscht mit 1013 hPa Standarddruck, jedoch stimmen Druckhöhe und geometrische (geopotentielle) Höhe nicht überein. Es liegen also keine Standardbedingungen vor. Die Temperaturabweichung ΔT wird berechnet aus:

$$\frac{h_p}{H} = \frac{T_0}{T_0 + \Delta T}$$

$$\Delta T = T_0\left(\frac{H}{h_p} - 1\right) = 288{,}15\text{ K}\left(\frac{9000\text{ ft}}{9500\text{ ft}} - 1\right) = -15{,}17\text{ K} \quad .$$

Bei Standardbedingungen würde die Temperatur am Gipfel betragen:

$$T = T_0 - LH = 288{,}15\ \text{K} - 1{,}9812 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{K}}{\text{ft}} \cdot 9000\ \text{ft} = 270{,}32\ \text{K} \quad ,$$

jetzt sind es jedoch nur

270,32 K - 15,17 K = 255,15 K .

Die Schallgeschwindigkeit bei dieser Temperatur ist:

$$a = a_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = 661{,}48\ \text{kt} \cdot \sqrt{\frac{255{,}15\ \text{K}}{288{,}15\ \text{K}}} = 622{,}45\ \text{kt}$$

und die Machzahl

$$M = \frac{V}{a} = \frac{250\ \text{kt}}{622{,}45\ \text{kt}} = 0{,}402 \quad .$$

Die angezeigte Temperatur ist dann

$$T_I = T\left(1 + 0{,}2\, k_r \cdot M^2\right) = 255{,}15\ \text{K} 1 + \left(0{,}2 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}402^2\right) = 263{,}14\ \text{K}$$

dies entspricht etwa **-10 °C** .

Aufgabe 2.2 (17 Punkte)

Gegeben: m = 1043 kg, S = 16,3 m², ρ = 1,225 kg/m³

a)

Flug		Nr. 1	Nr. 2
Fluggeschwindigkeit	V in kt	100	70
	V in m/s	51,444	36,011
Steigrate	V_v in ft/min	- 800	- 550
	V_v in m/s	- 4,064	- 2,794
Steigwinkel	$\gamma = \arcsin(V_v/V)$	4,53°	4,45°
Gleitzahl	$E = -1/\tan\gamma$	12,62	12,85
Auftrieb	$L = m\, g \cos\gamma$	10200 N	10201 N
Auftriebsbeiwert	$C_L = 2L/(\rho V^2 S)$	0,386	0,788
Widerstandsbeiwert	$C_D = C_L / E$	0,0306	0,0613

b)

Für die Polare in der Form $C_D = C_{D,0} + \dfrac{C_L{}^2}{pAe}$ schreiben wir kurz $C_D = A + BC_L{}^2$

Gegeben sind jetzt zwei Gleichungen (aus den Flügen Nr. 1 und Nr. 2) mit zwei Unbekanten a^* und b^* :

$$C_{D,1} = a^* + b^* C_{L,1}{}^2 \qquad (1)$$

$$C_{D,2} = a^* + b^* C_{L,2}{}^2 \qquad (2)$$

Gleichung (1) $a^* = C_{D,1} - b^* C_{L,1}{}^2$ eingesetzt in (2):

$$C_{D,2} = C_{D,1} - b^* C_{L,1}{}^2 + b^* C_{L,2}{}^2 = C_{D,1} + b^* \left(C_{L,2}{}^2 - C_{L,1}{}^2 \right)$$

$$b^* = \frac{C_{D,2} - C_{D,1}}{C_{L,2}{}^2 - C_{L,1}{}^2} = \frac{0{,}0613 - 0{,}0306}{0{,}788^2 - 0{,}386^2} = 0{,}0650$$

Flügelstreckung: $A = \frac{b^2}{S} = \frac{11^2}{16{,}3} = 7{,}42$

$$b^* = \frac{1}{pAe}$$

$$e = \frac{1}{pAb^*} = \frac{1}{p \cdot 7{,}42 \cdot 0{,}0650} = 0{,}66$$

$$C_{D,0} = a^* = C_{D,1} - b^* C_{L,1}{}^2 = 0{,}0306 - 0{,}0650 \cdot 0{,}386^2 = 0{,}0209$$

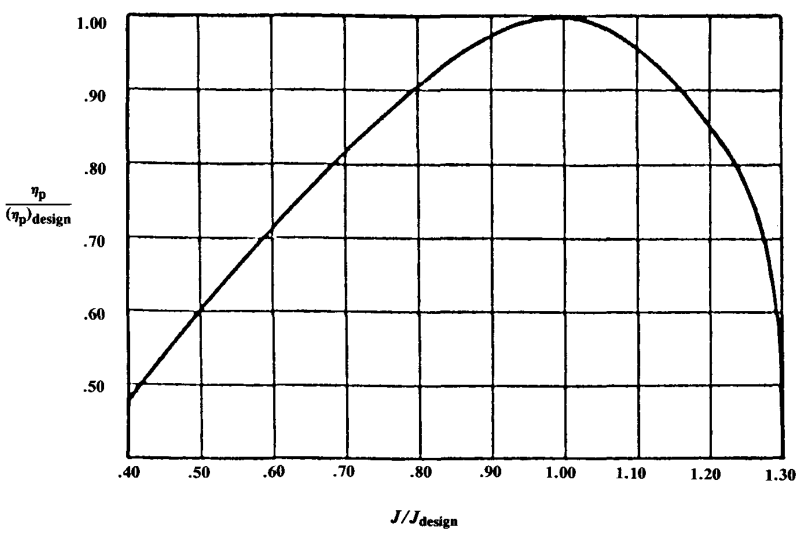
Aufgabe 2.3 (17 Punkte)

a)

Der Propellerwirkungsgrad bei starrer Luftschraube wird berechnet nach

$$h_P = (h_P)_{design} \cdot \frac{h_P}{(h_P)_{design}} \quad . \quad \text{Gegeben ist } (h_P)_{design} = 0{,}8 \quad .$$

$\frac{h_P}{(h_P)_{design}}$ wird dem folgenden Diagramm entnommen (siehe: Vorlesungsunterlagen):



Es ist

$$\frac{J}{J_{design}} = \frac{V}{V_{design}} \cdot \frac{n_{design}}{n}$$

V	$\dfrac{J}{J_{design}}$	$\dfrac{h_P}{(h_P)_{design}}$	h_P
79 kt	0,758	0,86	0,688
72 kt	0,691	0,81	0,648

b)

$$ROC = \left(\frac{P}{V} - D\right)\frac{V}{W} = \left(P - DV\right)\frac{1}{W} \qquad W = m\,g \qquad P = P_S\, h_P$$

$$D = A_1 V^2 + B_1 V^{-2} \quad \text{mit} \quad A_1 = \frac{C_{D,0}\ r_0\ S}{2} \quad \text{und} \quad B_1 = \frac{2\,W^2}{pAe\ r_0\ S}$$

$A = 7{,}42$ (siehe Aufg. 2.2)

$W = 1043\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s}^2 = 10232\ \mathrm{N}$

$P = 110\ \mathrm{kW} \cdot 0{,}688 = 75{,}68\ \mathrm{kW}$

$A_1 = 0{,}3195\ \mathrm{kg/m}$

$B_1 = 5{,}995 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{kg\,m}^3}{\mathrm{s}^4}$

$V = 79\ \mathrm{kt} = 40{,}64\ \mathrm{m/s}$

$D = 890{,}7\ \mathrm{N}$

$ROC = 3{,}858\ \mathrm{m/s} = 759\ \mathrm{m/s}$

c)

$W = 770\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s}^2 = 7554\ \mathrm{N}$

$P = 110\ \mathrm{kW} \cdot 0{,}648 = 71{,}28\ \mathrm{kW}$

$A_1 = 0{,}3195\ \mathrm{kg/m}$

$B_1 = 3{,}268 \cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{kg\,m}^3}{\mathrm{s}^4}$

$V = 72\ \mathrm{kt} = 37{,}04\ \mathrm{m/s}$

$D = 676{,}5\ \mathrm{N}$

$ROC = 6{,}119\ \mathrm{m/s} = 1205\ \mathrm{m/s}$

d)

$$ROC_{\mathrm{Prognose}} = 645\ \mathrm{ft/min} \cdot \frac{ROC_c}{ROC_b} = 1023\ \mathrm{ft/min}$$

Hinweis

Diese Aufgabe 2.3 zeigt das **Grundprinzip zur Umrechnung von Meßergebnissen aus dem Flugversuch**. Aufgrund eines *gemessenen* Parameters bei bestimmten Bedingungen "1" soll eine *Vorhersage* gemacht werden über den selben Parameter aber bei anderen Bedingungen "2". Dies kann geschehen mit Hilfe von Rechnungen zum Verhalten des Parameters:

$$\frac{\text{Parameter}_{\text{vorhergesagt}}(\text{Bedingung } 1)}{\text{Parameter}_{\text{gemessen}}(\text{Bedingung } 2)} = \frac{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 1)}{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 2)}$$

oder aufgelöst nach dem vorherzusagenden Parameter:

$$\text{Parameter}_{\text{vorhergesagt}}(\text{Bedingung } 1) = \text{Parameter}_{\text{gemessen}}(\text{Bedingung } 2)\frac{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 1)}{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 2)}$$

"Bedingung 1" könnten z. B. Druck und Temperatur der Standardatmosphäre sein, während "Bedingung 2" Druck und Temperatur beim aktuellen Meßflug kennzeichnet.

Die Umrechnung ist dann besonders leicht, wenn sich der Ausdruck

$$\frac{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 1)}{\text{Parameter}_{\text{berechnet}}(\text{Bedingung } 2)}$$

(z.B. durch kürzen) stark vereinfachen läßt. Hierzu ein Beispiel: Es ist

$$\frac{ROC_1}{ROC_2} = \frac{(P_1 - D_1 V_1)\frac{1}{W_1}}{(P_2 - D_2 V_2)\frac{1}{W_2}} \quad .$$

Wenn wir es jetzt mit ganz besonders leistungsstarken Flugzeugen zu tun hätten, dann wäre $D\,V$ klein gegenüber P und könnte evtl. sogar für eine überschlägige Betrachtung vernachlässigt werden. Vereinfacht wäre dann

$$\frac{ROC_1}{ROC_2} = \frac{\frac{P_1}{W_1}}{\frac{P_2}{W_2}} = \frac{W_2\, P_1}{W_1\, P_2} = \frac{m_2\, P_1}{m_1\, P_2} \quad .$$

Auf eine detaillierte Berechnung der Steigrate (*ROC*) könnte dann unter Umständen verzichtet werden, weil sich das Verhältnis der Werte des Parameters bei unterschiedlichen Bedingungen bereits leicht bestimmen läßt.

Aufgabe 2.4 (10 Punkte)

a)

$V_{trim} = V$ = 260 kt = 133,8 m/s ρ(30000 ft) = 0,45831 kg/m³

$$C_L = \frac{2\,m\,g}{\rho V^2\, S} = 0{,}511$$

b)

$0{,}85\,V_{trim}$ = 221 kt = 113,73 m/s $\rightarrow$ ΔV = -39 kt

$1{,}15\,V_{trim}$ = 299 kt = 153,87 m/s $\rightarrow$ ΔV = +39 kt

$K_n' = 0{,}1$ (in der Aufgabe gegeben)

Lösungsweg 1 mit $\frac{\Delta C_H}{\Delta C_L} = -\frac{b_2}{a_2\, \overline{\overline{V}}'} K_n'$:

1. Für die Geschwindigkeiten $0{,}85\,V_{trim}$ und $1{,}15\,V_{trim}$ wird C_L berechnen und damit ΔC_L – das ist die Abweichung gegenüber dem C_L berechnet im Teil a) der Aufgabe.
2. $\Delta C_H = -\frac{b_2}{a_2\, \overline{\overline{V}}'} K_n' \cdot \Delta C_L$ berechnen für beide ΔC_L.
3. Änderung in der Pilotenkraft $\Delta P = G_\eta\, \frac{1}{2} \rho V^2\, S_\eta\, \overline{\overline{C}}_\eta\, \Delta C_H$ berechnen für
   1. $V = 0{,}85\,V_{trim}$ und das entsprechende ΔC_H
   2. $V = 1{,}15\,V_{trim}$ und das entsprechende ΔC_H
4. Die ΔP aus 3.) ergaben sich für $\Delta V = \pm$ 39 kt. $\Delta P_{JAR} = \left| \Delta P \cdot \frac{6}{39} \cdot 0{,}2248 \text{ lb/N} \right|$ ergibt dann den in der JAR gesuchten Betrag der Pilotenkraft pro 6 kt Abweichung. Es ergeben sich für $0{,}85\,V_{trim}$ und $1{,}15\,V_{trim}$ zwei unterschiedliche Zahlenwerte. Hier sind beide Werte deutlich größer als die geforderten 1 lb/(6kt). Somit triff dies auch für den Mittelwert ("average slope") zu.

Einfacher ist

Lösungsweg 2 mit $\frac{dP}{dV} = \frac{b_2 K_n'}{a_2 \overline{\overline{V}}'} G_\eta\, s_\eta\, \overline{\overline{c}}_\eta \frac{W}{S} \frac{2V}{V_{trim}^2}$:

$V = 0{,}85\,V_{trim}$: $\frac{dP}{dV} = \frac{b_2 K_n'}{a_2 \overline{\overline{V}}'} G_\eta\, s_\eta\, \overline{\overline{c}}_\eta \frac{W}{S} \frac{2V}{V_{trim}^2}$ = -3,132 N/(m/s) = -0,362 lb/kt = -2,17 lb/(6kt)

$V = 1{,}15\,V_{trim}$: $\frac{dP}{dV} = \frac{b_2 K_n'}{a_2 \overline{\overline{V}}'} G_\eta\, s_\eta\, \overline{\overline{c}}_\eta \frac{W}{S} \frac{2V}{V_{trim}^2}$ = -4,237 N/(m/s) = -0,490 lb/kt = -2,94 lb/(6kt)

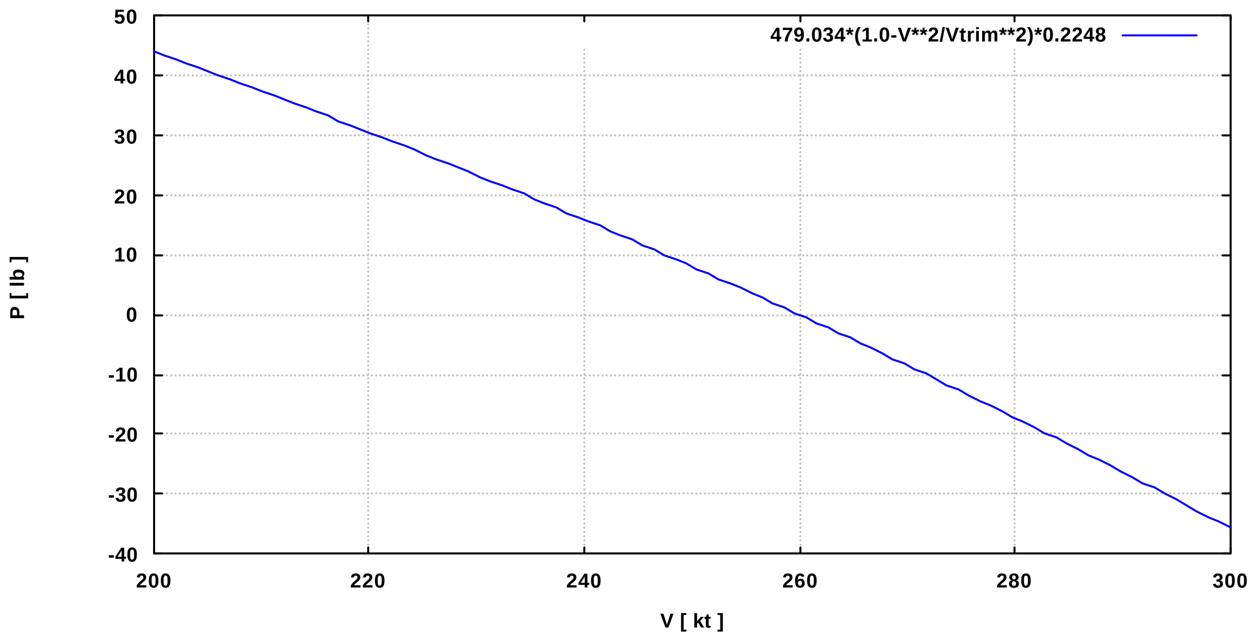
Der Handkraftgradient ist negativ. Es handelt sich also um ein stabil fliegendes Flugzeug (wie gefordert in der JAR). Man muss bei zunehmender Geschwindigkeit weniger ziehen – man muss also drücken.

Auch hier sind beide Werte die Beträge des Handkraftgradienten deutlich größer als die geforderten 1 lb/(6kt). Somit triff dies auch für den Mittelwert ("average slope") mit 2,56 lb/(6kt) zu.

Die Ergebnisse sind hier zur Verdeutlichung noch einmal graphisch dargestellt:

Handkraftverlauf über der Fluggeschwindigkeit

Trimmgeschwindigkeit: 260 kt



Verlauf des Handkraftgradienten über der Fluggeschwindigkeit

Trimmgeschwindigkeit: 260 kt

Einheit wie in der JAR: lb pro 6 kt Abweichung von der Trimmgeschwindigkeit