

# Erstellung von Simulationsmodellen In MATLAB/Simulink



Hochschule für Angewandte  
Wissenschaften Hamburg

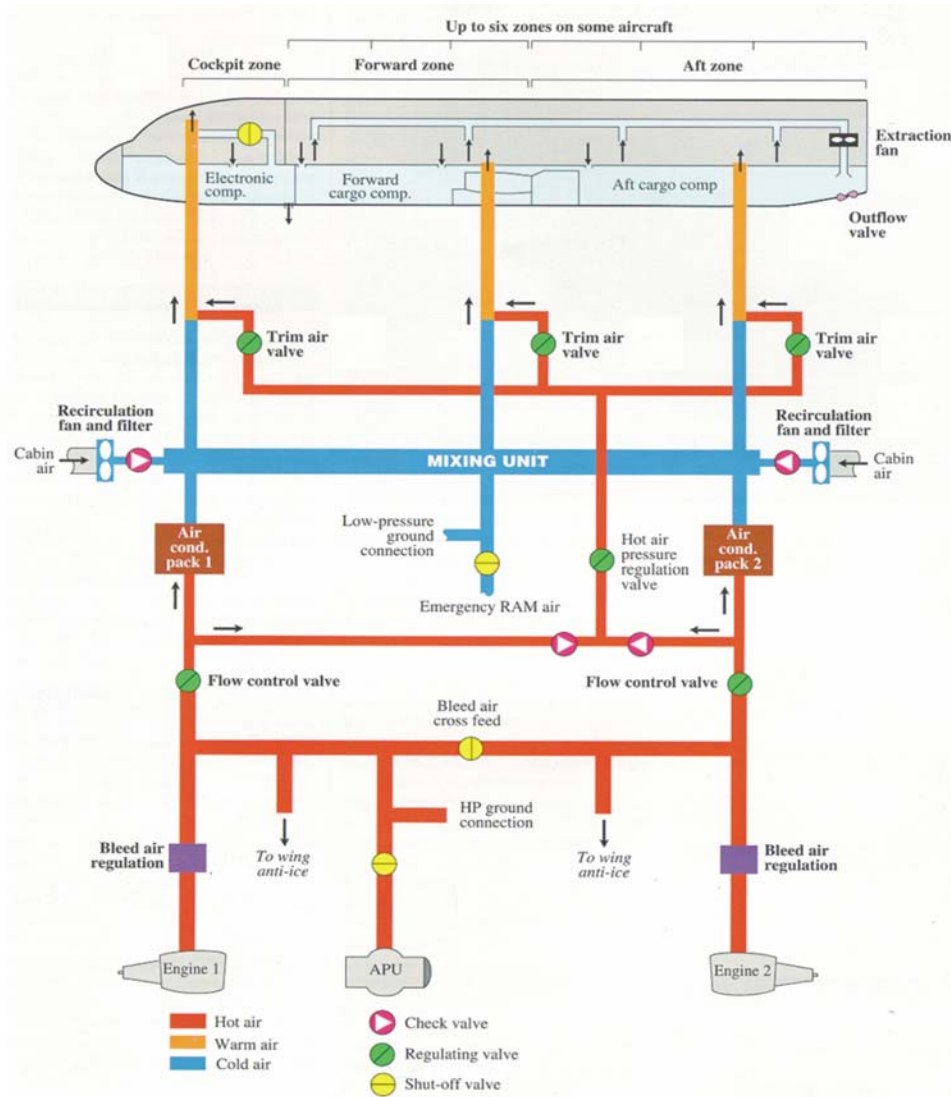
*Hamburg University of Applied Sciences*



**AIRBUS**



**Christian Müller**



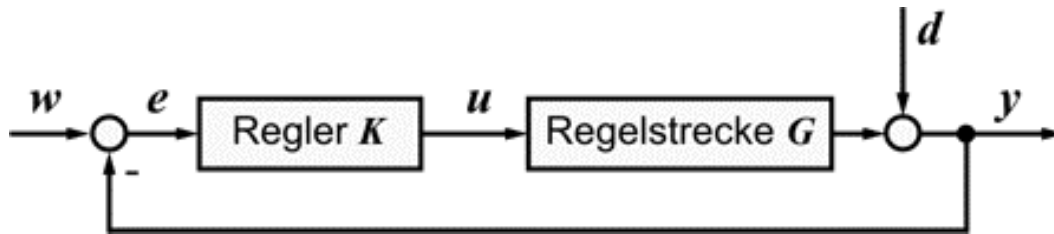
**Letzte Woche:** Auslegung der Klimaanlage durch *stationäre* Gleichungen  $\Leftrightarrow$  Berechnung des Gleichgewichtszustand

**Diese Woche:** Auslegung der Klimaanlage durch *dynamische* Simulationen

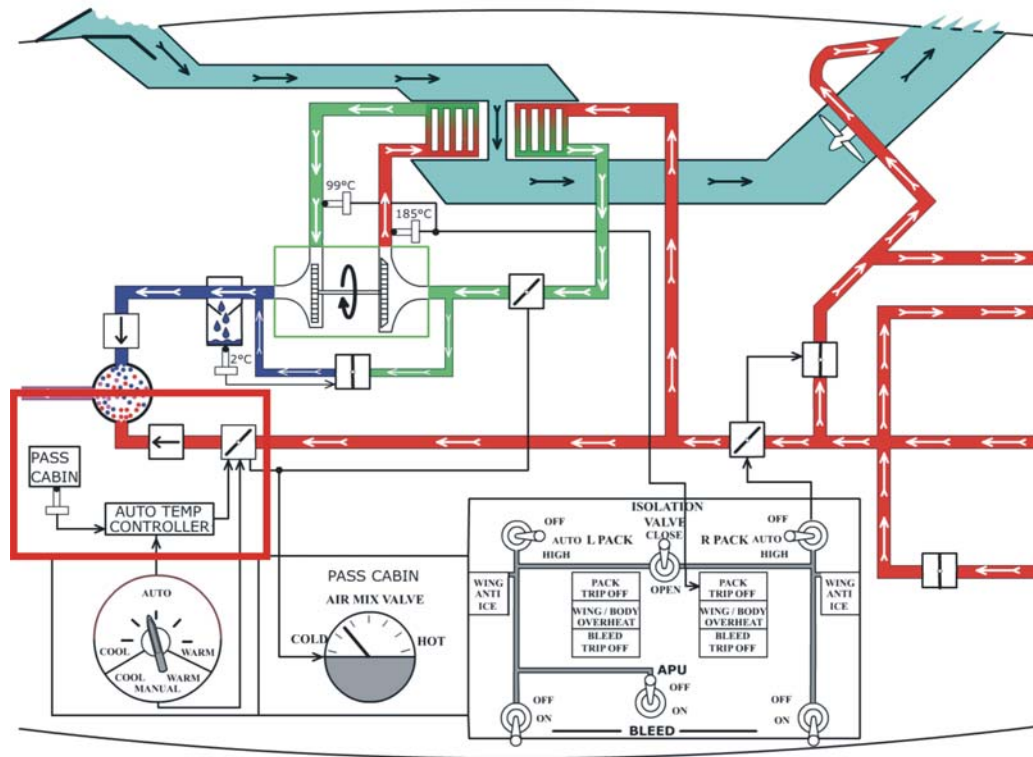
- Interaktion zwischen den einzelnen Komponenten.
- Wie lange dauert es bis das Gleichgewicht erreicht wird?

**Klimaanlage  $\Leftrightarrow$  Temperaturregelung (Dynamisch)**

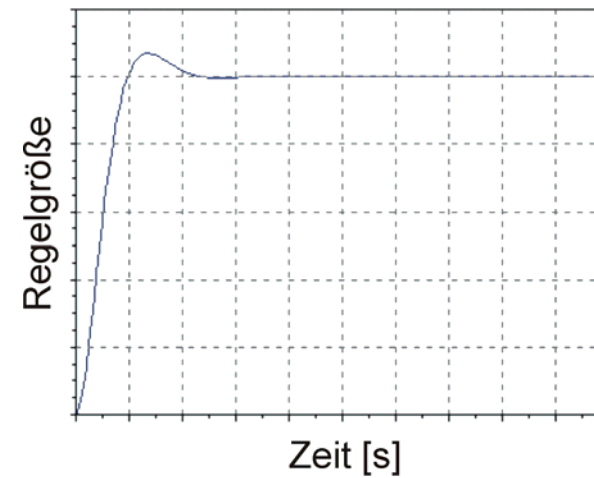
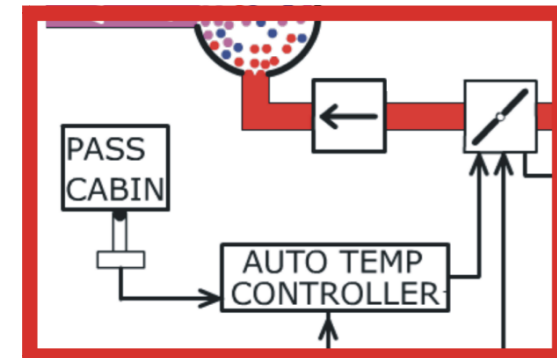
# Der Regler



## Rückkopplung



- w:** Sollwert
- e:** Regeldifferenz
- u:** Stellgröße
- d:** Störgröße
- y:** Regelgröße



# Klimaanlage ↔ Luftverteilungssystem

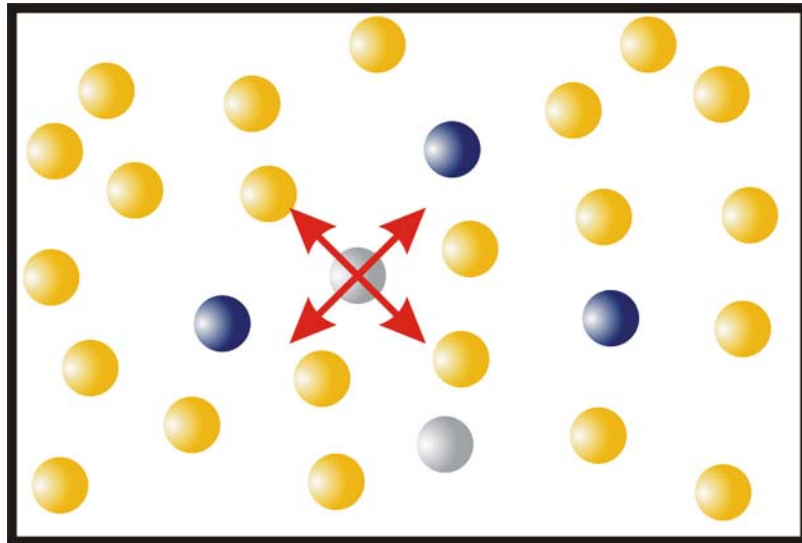


Gas	Formel	Volumenanteil	Massenanteil
Hauptbestandteile der trockenen Luft bei Normalnull			
	N <sub>2</sub>	78,084 %	75,518 %
	O <sub>2</sub>	20,942 %	23,135 %
Argon	Ar	0,934 %	1,288 %

Gehalt an Spurengasen			
Kohlenstoffdioxid	CO <sub>2</sub>	0,038 %	0,058 %
Neon	Ne	18,180 ppm	12,67 ppm
Helium	He	5,240 ppm	0,72 ppm
Methan	CH <sub>4</sub>	1,760 ppm	0,97 ppm
Krypton	Kr	1,140 ppm	3,30 ppm
Wasserstoff	H <sub>2</sub>	~500 ppb	36 ppb
Distickstoffoxid	N <sub>2</sub> O	317 ppb	480 ppb
Kohlenstoffmonoxid	CO	50-200 ppb	50-200 ppb
Xenon	Xe	87 ppb	400 ppb
Dichlordifluormethan (CFC-12)	CCl <sub>2</sub> F <sub>2</sub>	535 ppt	2200 ppt
Trichlorfluormethan (CFC-11)	CCl <sub>3</sub> F	226 ppt	1100 ppt
Chlordifluormethan (HCFC-22)	CHClF <sub>2</sub>	160 ppt	480 ppt
Tetrachlorkohlenstoff	CCl <sub>4</sub>	96 ppt	510 ppt
Trichlortrifluoethan (CFC-113)	C <sub>2</sub> Cl <sub>3</sub> F <sub>3</sub>	80 ppt	520 ppt
Methylchloroform	CH <sub>3</sub> -CCl <sub>3</sub>	25 ppt	115 ppt
1,1-Dichlor-1-Fluorethan (HCFC-141b)	CCl <sub>2</sub> F-CH <sub>3</sub>	17 ppt	70 ppt
1-Chlor-1,1-difluorethan (HCFC-142b)	CClF <sub>2</sub> -CH <sub>3</sub>	14 ppt	50 ppt
Schwefelhexafluorid	SF <sub>6</sub>	5 ppt	25 ppt
Bromchlordifluormethan	CBrClF <sub>2</sub>	4 ppt	25 ppt
Bromtrifluormethan	CBrF <sub>3</sub>	2,5 ppt	13 ppt

# Beschreibung von Luft/Gassystemen

Luft  $\Leftrightarrow$  Gasgemisch



**Zustandsgrößen:**

**Druck:**  $p(t)$

**Temperatur:**  $T(t)$

**Dichte:**  $\rho(t)$

**Charakterisierung Gasgemisch:**

**Spezifische Gaskonstante:**

$R(t)$

**Spezifische Wärmekapazitäten:**

$c_p(t), c_v(t)$

**Ideale Gasgleichung:**

$$p(t) = R \rho(t) T(t)$$

## Charakterisierung Gasgemisch:

**Spezifische Gaskonstante:**  $R(t)$

$$R(t) = \frac{\rho_1(t)R_1 + \rho_2(t)R_2 + \rho_3(t)R_3}{\rho_1(t) + \rho_2(t) + \rho_3(t)}$$

**Spezifische Wärmekapazitäten:**  $c_p(t), c_v(t)$

$$c_p(t) = \frac{\rho_1(t)c_p^1 + \rho_2(t)c_p^2 + \rho_3(t)c_p^3}{\rho_1(t) + \rho_2(t) + \rho_3(t)}$$

$\rho$

# Standard Gasgemisch

**Trockene Luft:**

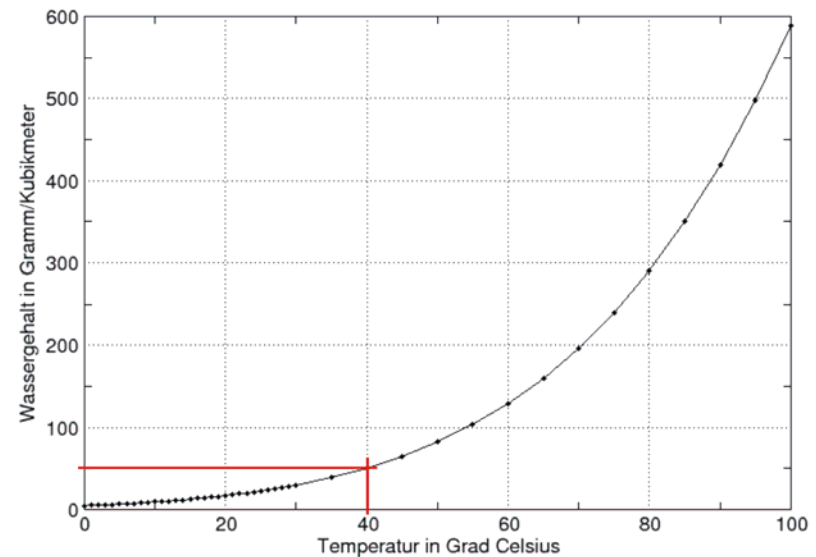
$$R = 287 \text{ J / kg K}$$

$$c_p = 1004 \text{ J / kg K}$$

$$\underline{c_v = c_p - R = 717 \text{ J / kg K}}$$

**Realität:** In der Luft befindet sich  $\text{CO}_2$  und Wasserdampf

Saettigungsmenge von Wasserdampf in der Luft



## Standard Einheiten

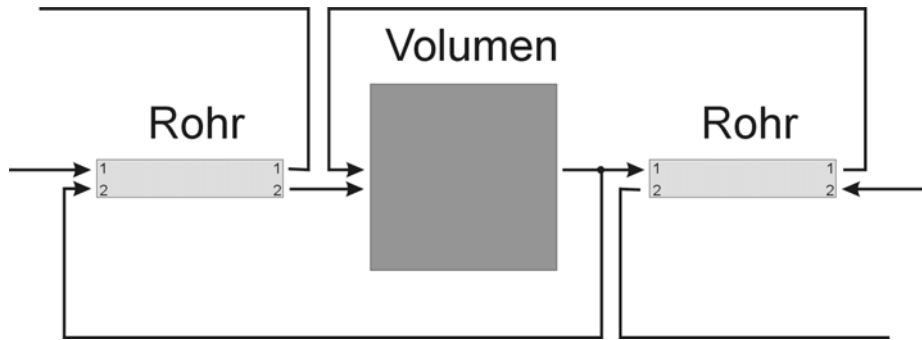
Es ist notwendig mit einem standardisierten Einheitensystem zu arbeiten (*SI: Système international d'unités* )

Länge $L$ :	[m]
Fläche $A$ :	[m <sup>2</sup> ]
Volumen $V$ :	[m <sup>3</sup> ]
Masse $m$ :	[kg]
Zeit $t$ :	[s]
Kraft $F$ :	[N]=kg m/s <sup>2</sup>
Druck $p$ :	[Pa]=kg/m s <sup>2</sup>
Energie, Arbeit $E, W$ :	[J]=kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
Temperatur $T$ :	[K]=°C+273.15

z.B.: spezifische Wärmekapazität  $c$ : [J/kg K]

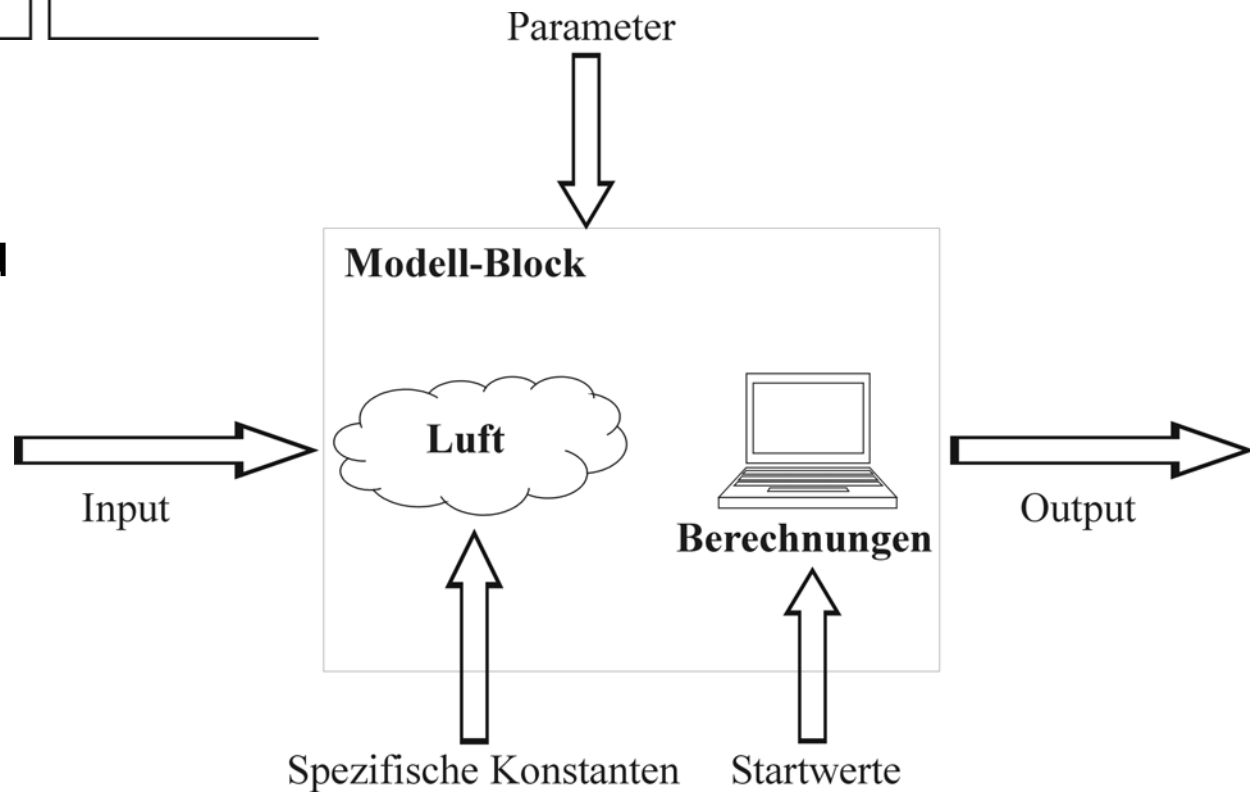


# Dynamische Simulation mit Simulink



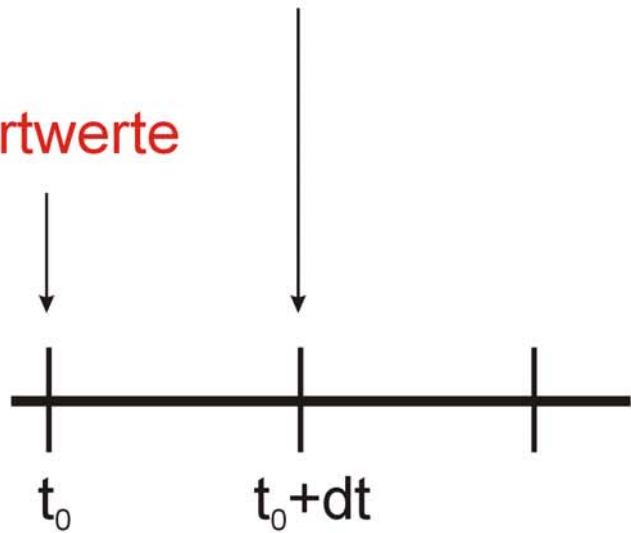
Die einzelnen Blöcke sind untereinander **rückgekoppelt**.

Der innere Aufbau Blocks:

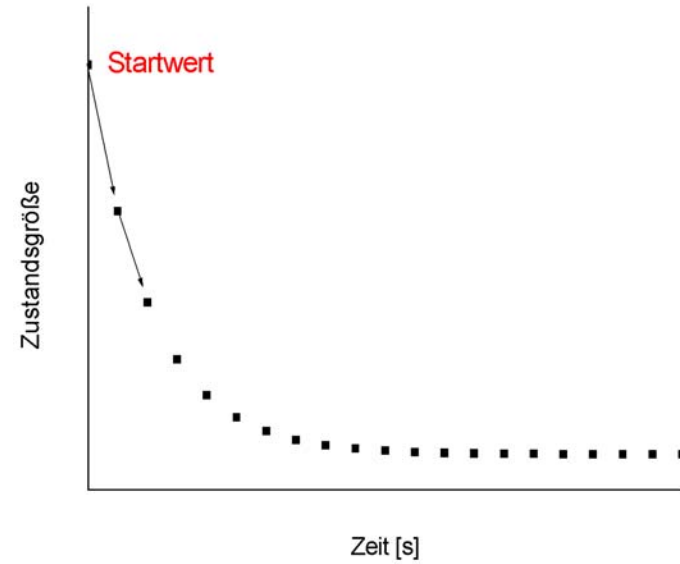


# Veränderung der Zustandgrößen <=> Differentialgleichungen

Startwerte



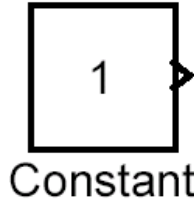
Zeitschritt  $dt$



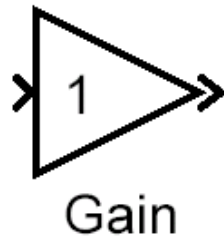
Zeitspanne  $\Delta t$

# Standard Simulink Blöcke

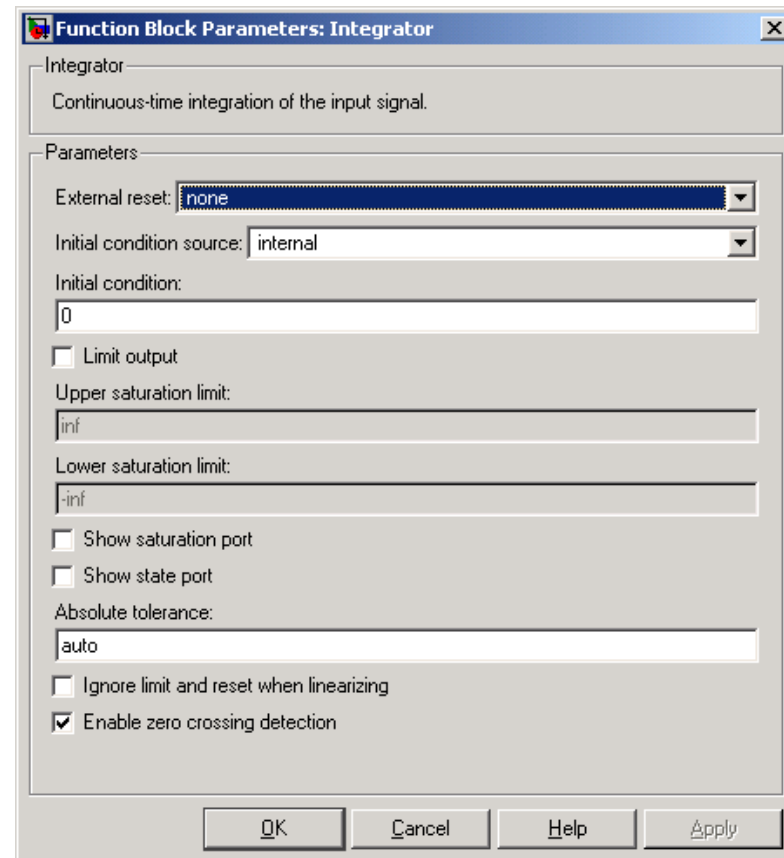
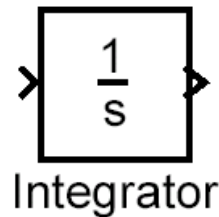
**Konstantenblock:**



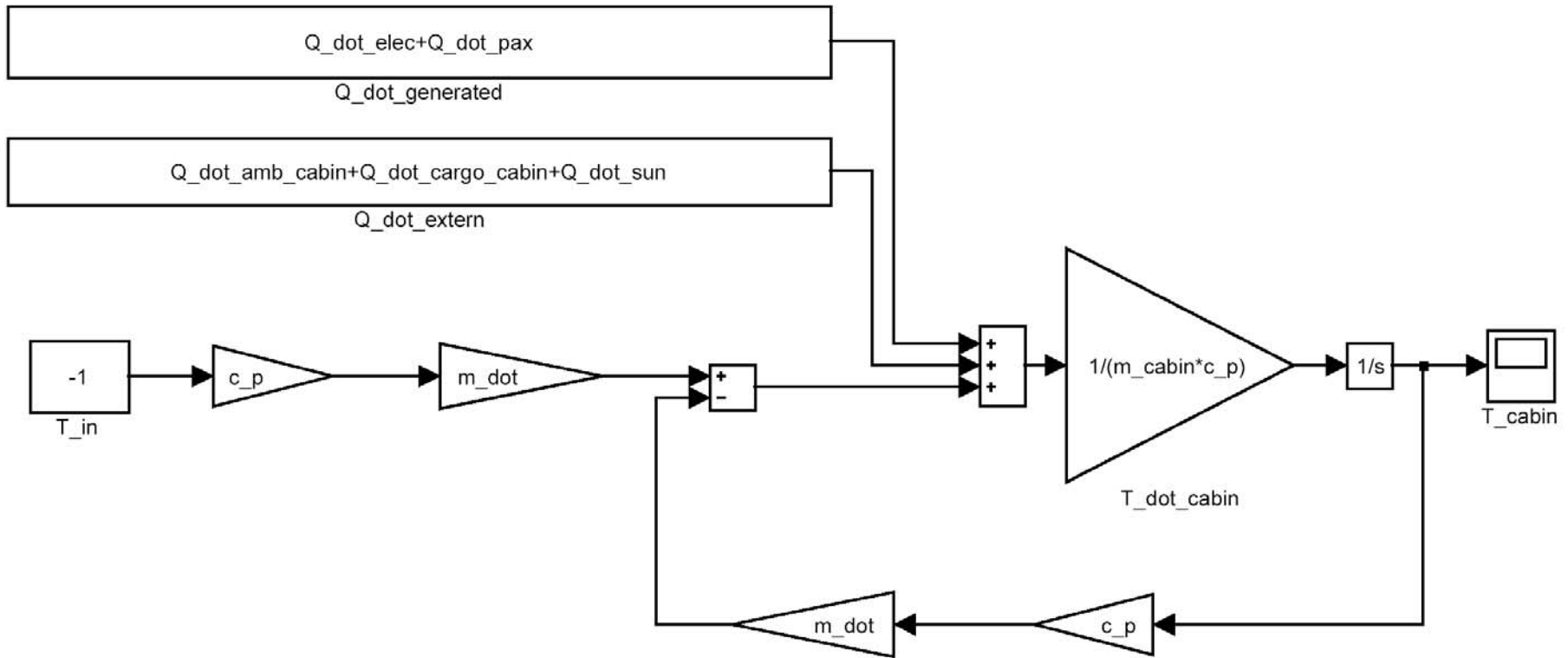
**Gain:**



**Integrator:**

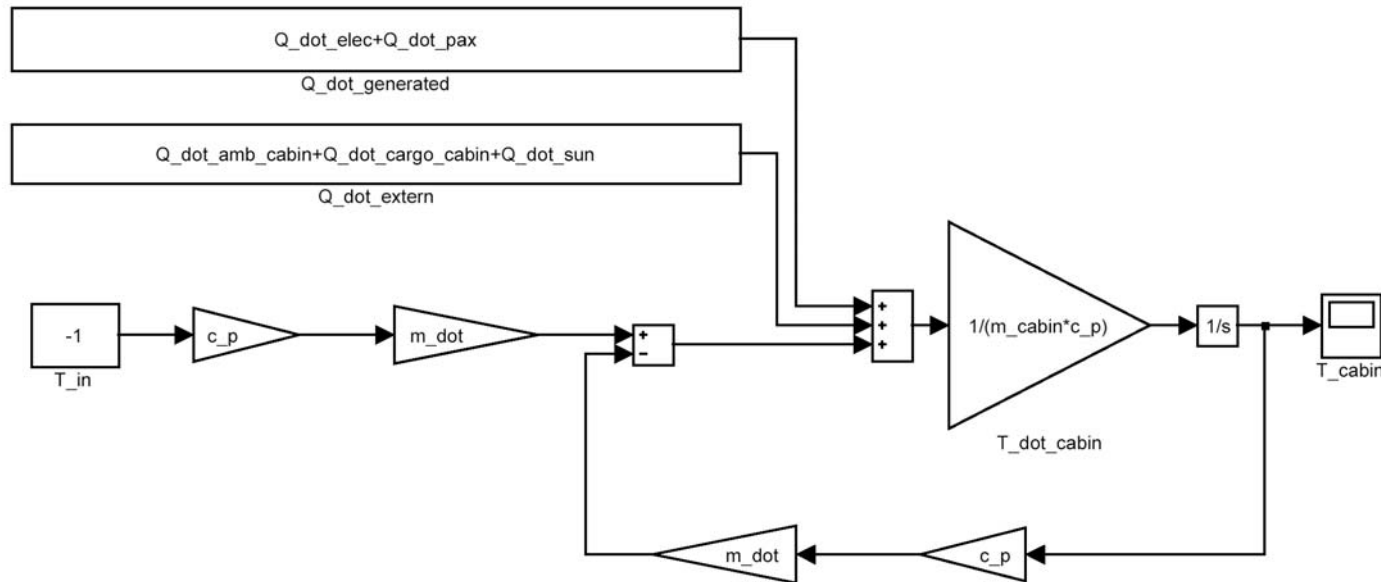


# 1. Modell



# 1. Modell

beschreibt ein System mit:  $p(t) = \rho(t) = \text{Const}$



Differentialgleichung:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m_{cabin} c_p} \left[ Q_{dot} + m_{dot,in} c_p T_{in} - m_{dot,out} c_p T_{cabin} \right]$$

## Die zugrunde liegende Differentialgleichung:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m_{cabin} c_p} \left[ Q_{dot} + m_{dot,in} c_p T_{in} - m_{dot,out} c_p T_{cabin} \right]$$

Eingehende Massenfluß:  $m_{dot,in}$

Temperatur des eingehenden Massenfluß:  $T_{in}$

Ausgehender Massenfluß:  $m_{dot,out} = m_{dot,in} = m_{dot}$

Differentialgleichung für ein einfaches Kabinenmodell

Gültig für ein System:  $p(t) = \rho(t) = Const$

## Definition der Parameter

$Q_{dot,amb-cabin}$ :	$Q\_dot\_amb\_cabin=9500W$
$Q_{dot,cargo-cabin}$ :	$Q\_dot\_amb\_cabin=900W$
$Q_{dot,elec}$ :	$Q\_dot\_elec=10000W$
$Q_{dot,pax}$ :	$Q\_dot\_pax=22000W$
$Q_{dot,sun}$ :	$Q\_dot\_sun=7200W$
$V$ :	$V=670m^3$
$m_{dot}$ :	$m\_dot=2kg/s$
$m_{cabin}$ :	$m\_cabin=759.88kg$
$c_p$ :	$c\_p=1004J/kg\ K$
$R$ :	$R=287J/kg\ K$
Startwert $T_{cabin}$ :	$T\_cabin\_initial=38^{\circ}C=311.15K$

**Zustand:** Das Flugzeug befindet sich am Boden. Die Außentemperatur beträgt  $38^{\circ}C$ . Flugzeug soll auf  $24^{\circ}C$  abgekühlt werden.

## Herleitung der Differentialgleichung

**Ideale Gasgleichung:**  $p(t) = R \rho(t) T(t)$

Differentielle Form: 
$$\frac{dp(t)}{dt} = R \frac{d\rho(t)}{dt} T(t) + R \rho(t) \frac{dT(t)}{dt}$$

**Massenbilanz:**

$$\frac{dm(t)}{dt} = V \frac{d\rho(t)}{dt} m_{dot} = m_{dot,in} - m_{dot,out}$$



**Energiegleichung:**  $H(t) = U(t) + p(t)V$

Enthalpie = Innere Energie + Volumenarbeit

Differentielle Form:  $\frac{dH(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{dp(t)}{dt}V$

Die Enthalpie (Gesamtenergie) lässt sich schreiben als:

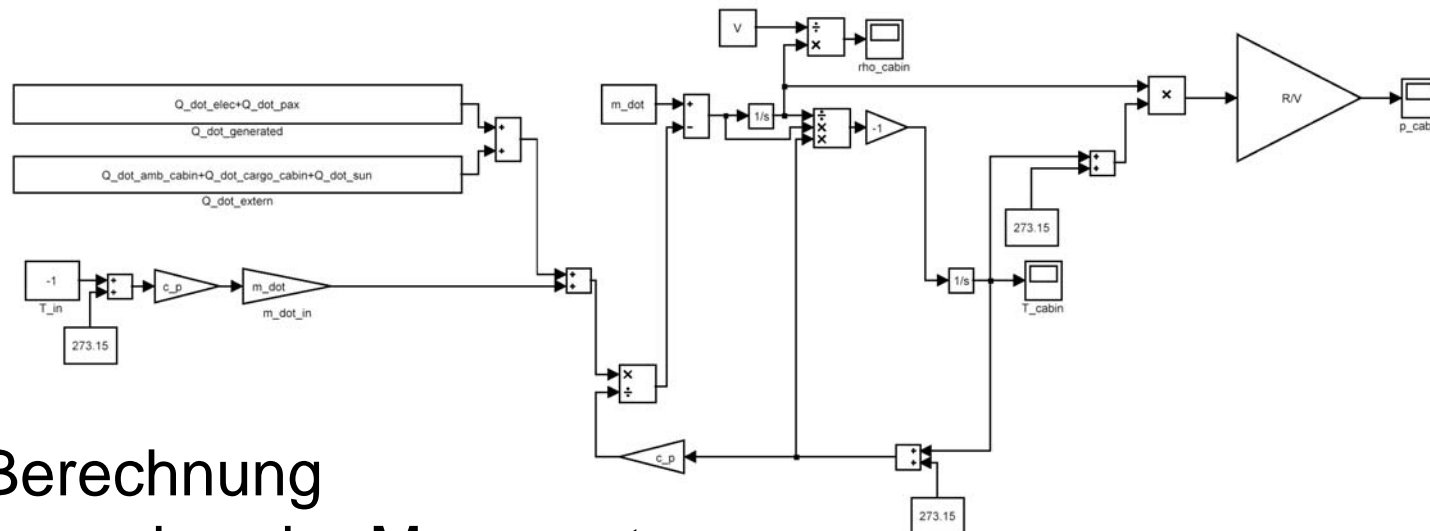
$$H(t) = m(t)c_p T(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dm(t)}{dt}c_p T(t) + m(t)c_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{dp(t)}{dt}V$$

## 2. Modell: Idealisierte Kabine

Beschreibt ein System mit:

$$p(t) = \text{Const (isobar)}$$



Berechnung  
ausgehender Massenstrom:

$$m_{dot,out} = \frac{Q_{dot} + m_{dot,in} c_p T_{in}}{c_p T}$$

$$\Rightarrow \frac{dm(t)}{dt} = m_{dot,in} - m_{dot,out} = -\frac{m(t)}{T(t)} \frac{dT(t)}{dt}$$

### 3. Modell

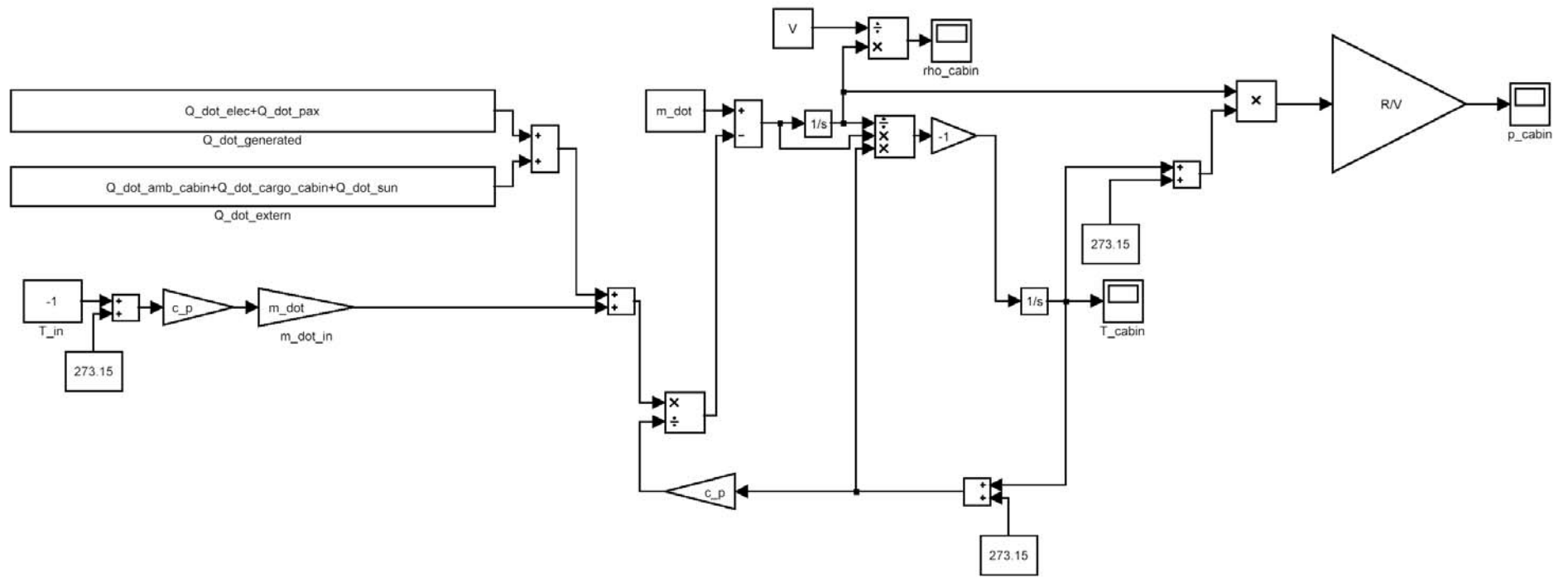
Gültig für ein System:  $p(t) = \text{Const}$  (isobar)

$$1. \frac{dm(t)}{dt} c_p T(t) + m(t) c_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \underbrace{\frac{dp(t)}{dt}}_0 V$$

$$2. \underbrace{\frac{dp(t)}{dt}}_0 = R \frac{d\rho(t)}{dt} T(t) + R \rho(t) \frac{dT(t)}{dt}$$

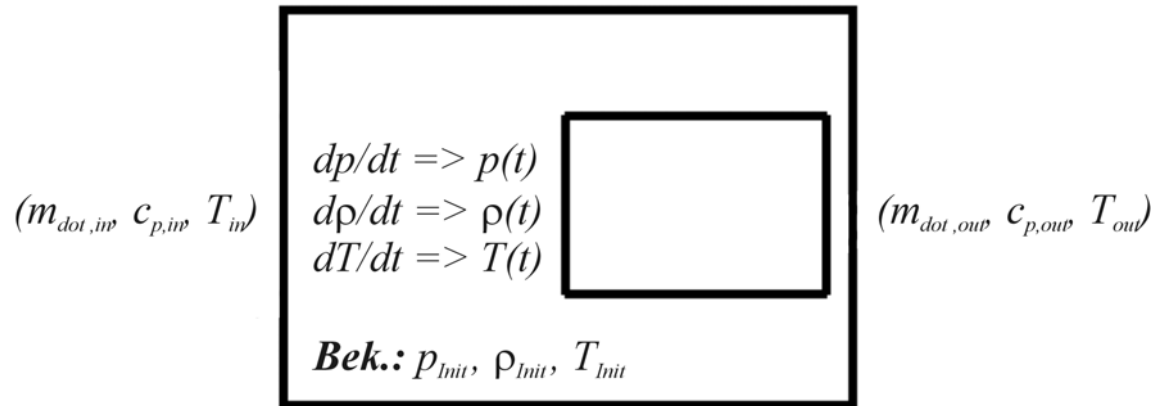
$$\Rightarrow \frac{dm(t)}{dt} = - \frac{m(t)}{T(t)} \frac{dT(t)}{dt} \Rightarrow \frac{dU(t)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{dot},out} = \frac{Q_{\text{dot}} + m_{\text{dot},in} c_p T_{in}}{c_p T}$$



## 4. Modell: Allgemeines Volumen

(kompressibel)



**Zustandsgrößen:**  $p(t), \rho(t), T(t)$

**Parameter:**  $V = \text{Const}$

**Ideale Gasgleichung:**  $p(t) = R \rho(t) T(t)$

**Massenbilanz:**  $\frac{dm(t)}{dt} = V \frac{d\rho(t)}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$

## Differentialgleichung Temperatur:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m(t)c_v} \left[ \dot{Q}_{dot} + \dot{m}_{dot,in} (c_p T_{in} - c_v T) - \dot{m}_{dot,out} (c_p T - c_v T) \right]$$

**Kompressibilität**

## Herleitung der Differentialgleichung

**Energiegleichung:**  $H(t) = U(t) + p(t)V$

[Enthalpie = Innere Energie + Volumenarbeit]

Differentielle Form:  $\frac{dH(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{dp(t)}{dt}V$

Die Enthalpie (Gesamtenergie) lässt sich schreiben als:

$$H(t) = m(t)c_p T(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dm(t)}{dt}c_p T(t) + m(t)c_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{dp(t)}{dt}V$$

**Änderung Innere Energie:**  $\frac{dU(t)}{dt} = Q_{dot} + m_{dot,in} c_p T_{in} - m_{dot,out} c_p T$

## Allgemeines Volumen (kompressibel)

$$1. V \frac{dp(t)}{dt} = R \frac{dm(t)}{dt} T(t) + R m(t) \frac{dT(t)}{dt}$$

$$2. \frac{dm(t)}{dt} = V \frac{d\rho(t)}{dt} m_{dot} = m_{dot,in} - m_{dot,out}$$

$$3. \frac{dm(t)}{dt} c_p T(t) + m(t) c_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} + \frac{dp(t)}{dt} V$$

$$\Rightarrow \frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{m(t) c_v} \left[ Q_{dot} + m_{dot,in} (c_p T_{in} - c_v T) - m_{dot,out} (c_p T - c_v T) \right]$$



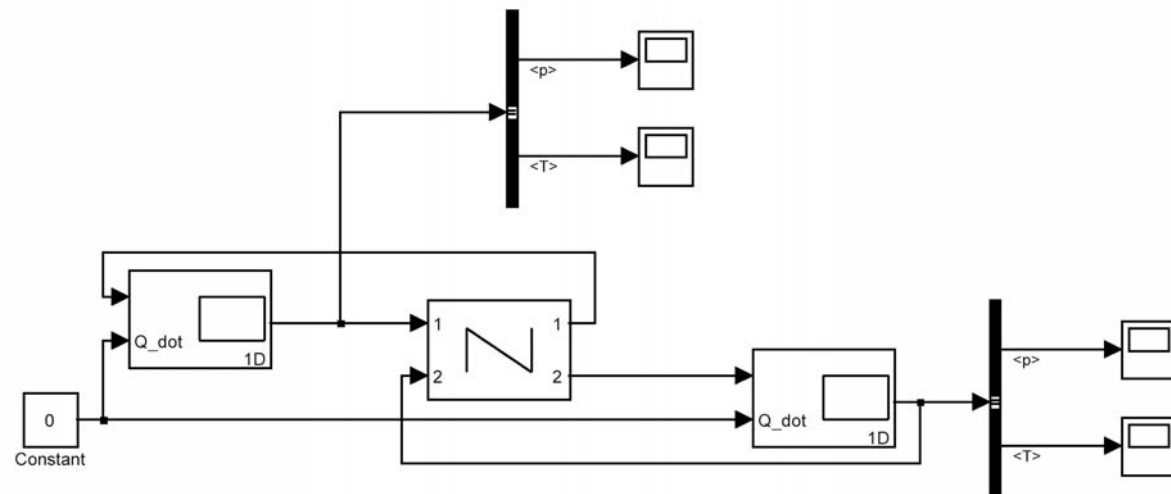
## 5. Modell: Druckausgleich, Stömungswiderstand

**Druckenergie  $\Leftrightarrow$  Kinetische Energie**

$$\Delta p(t) = |p_1 - p_2| = \frac{\rho}{2} v^2$$

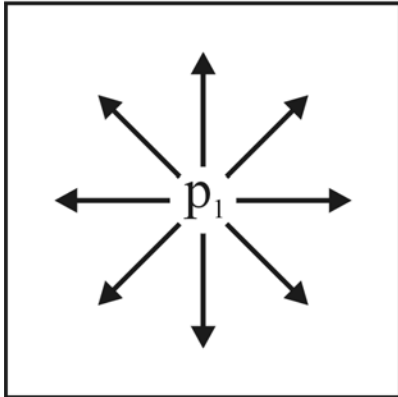
$v$ : Strömungsgeschwindigkeit

$$m_{dot}(t) = A \rho v$$

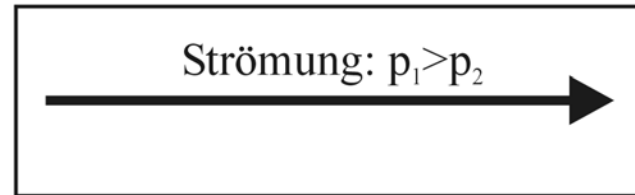


# Strömungswiderstand

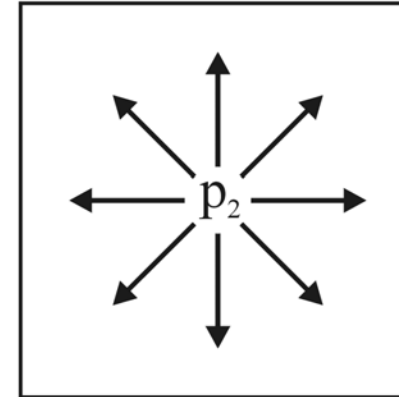
Volumen 1



Strömungswiderstand



Volumen 2



**Druckenergie  $\Leftrightarrow$  Kinetische Energie**

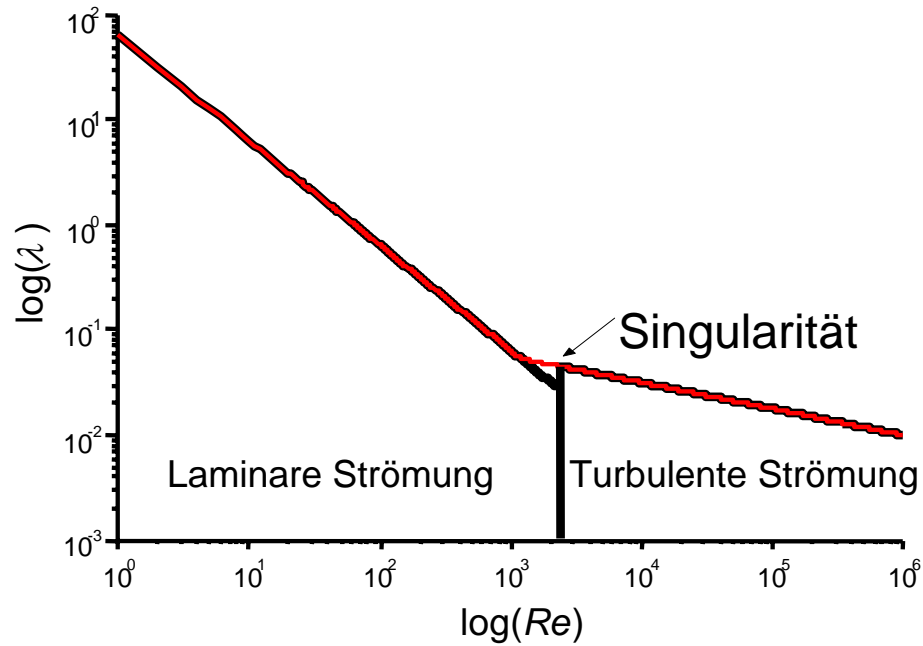
$$p_{dyn} = |p_1 - p_2| = \frac{\rho}{2} v^2$$

v: Strömungsgeschwindigkeit

**Berechnung Massenstrom**

$$\dot{m} = A \rho v$$

# Algorithmus



$$v'_o = v_{Init} = \frac{(D/2)^2 \cdot p}{8 \cdot \eta \cdot L} \quad \text{Abschätzung des Startwertes (Hagen-Poiseuille)}$$

$$Re_0 = Re_{Init} = \frac{v'_o \cdot D \cdot \rho}{\eta}$$

$$v'_i = \sqrt{\left( p + \frac{\eta}{2} v'_{i-1}{}^2 \right) \frac{1}{\rho^2 \cdot \zeta_G(Re_{i-1})}}$$

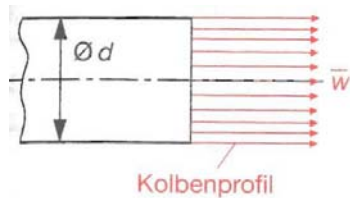
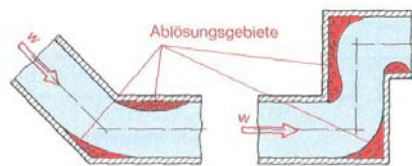
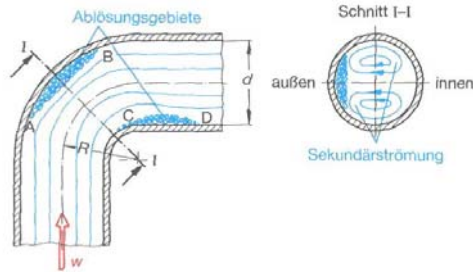
$$Re_i = \frac{v'_i \cdot D \cdot \rho}{\eta}$$

Arrows indicate the flow of information: from the velocity  $v'_i$  to the Reynolds number  $Re_i$  in the denominator of the next iteration's velocity calculation, and from  $Re_{i-1}$  to the friction factor  $\zeta_G(Re_{i-1})$  in the denominator of the current iteration's velocity calculation.

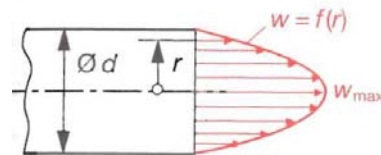
**Abbruchbedingung:**

$$|v'_i - v'_{i-1}| < 0,001 \cdot v'_{i-1}$$

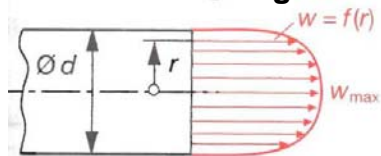
# Allgemeiner Strömungswiderstand



Laminare Strömung



Turbulente Strömung



Widerstandsbeiwerte durch Rohreinbauten bzw. Richtungsänderungen:

$$p(t) = |p_1 - p_2| = \zeta \frac{\rho}{2} v^2$$

Zeta-Wert

Widerstandsbeiwerte durch Reibung:

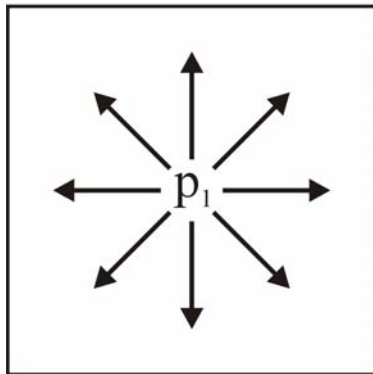
$$p(t) = ( \quad + \zeta_s ) \frac{\rho}{2} v^2$$

$$\zeta_s = \lambda(\text{Re}) \frac{L}{D}, \quad \text{Re} = \frac{v D}{\nu}$$

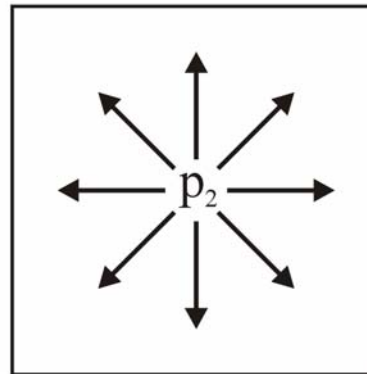
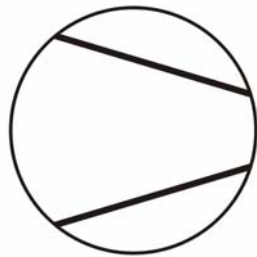
$\zeta$

# Allgemeiner Strömungswiderstand

Es gilt:  $\Delta p(t) = f(V_{dot}) = \tilde{f}(m_{dot})$

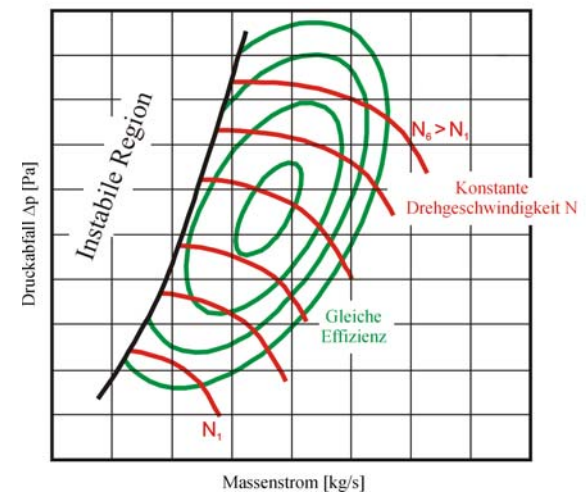


Kompressor

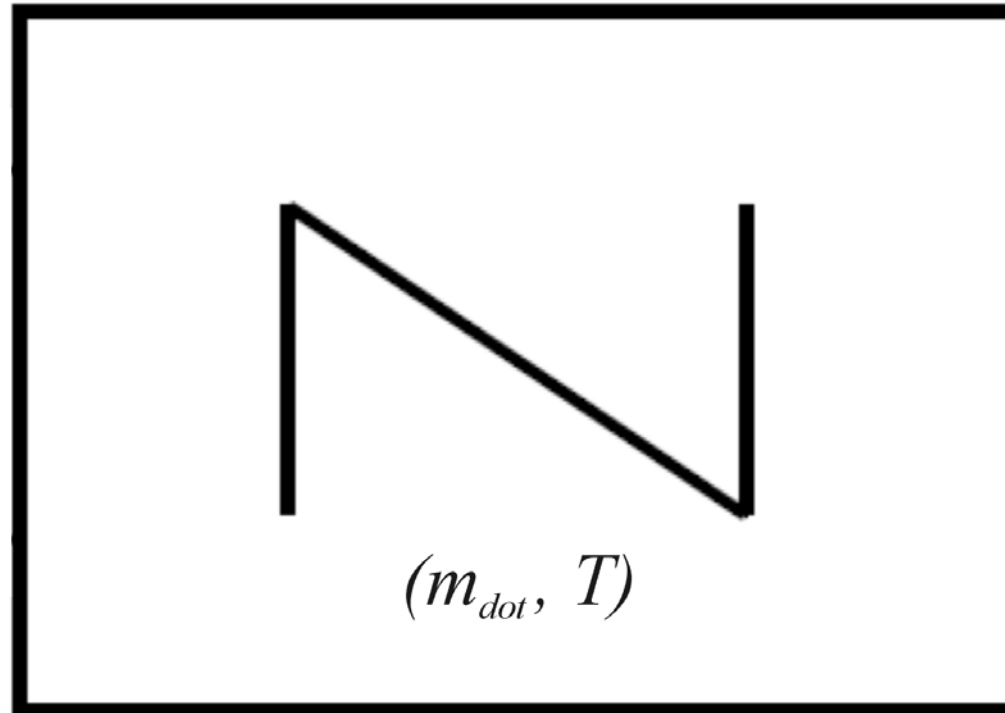


**Isentrope Zustandsgleichung:**

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^\kappa = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$



$(p_1, \rho_1, T_1)$



$(p_2, \rho_2, T_2)$

$(\dot{m}, T)$

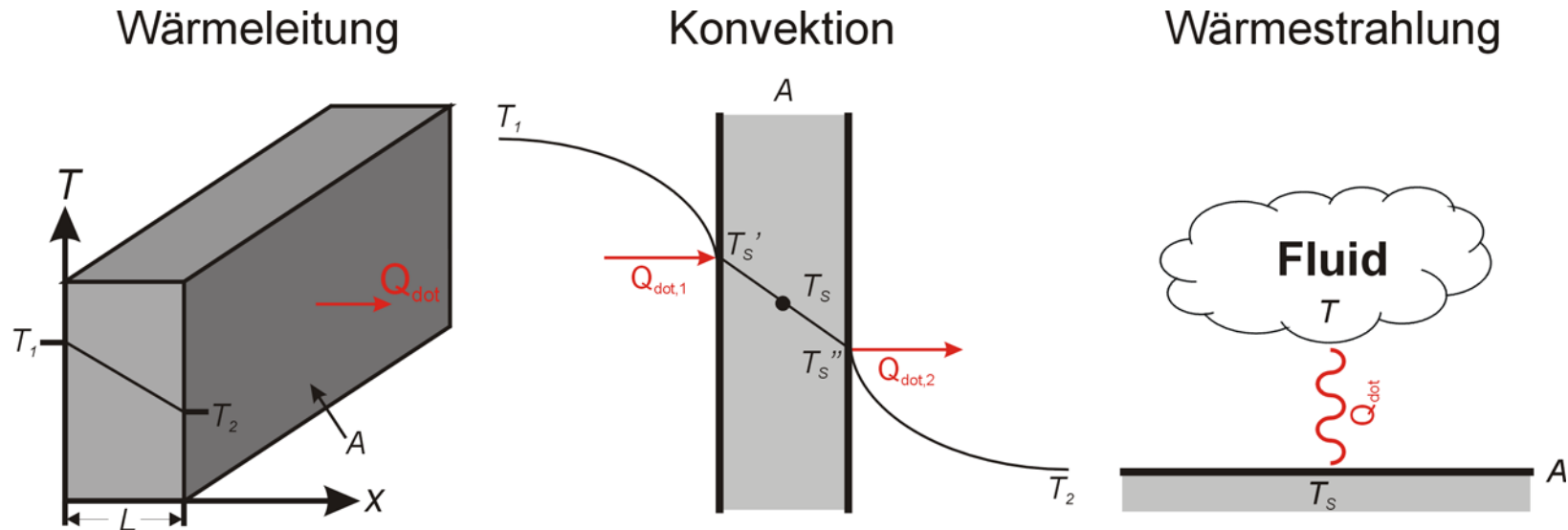
**Zustandsgrößen:**  $\dot{m}(t), \rho(t), T(t)$

**Parameter:** *Durchmesser:*  $D$

*Länge:*  $L$

*Zeta-Wert:*  $\zeta$

# Allgemeine Wärmewiderstände



**Wärmeleitung:**

$$Q_{dot}^{Cond} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

**Konvektion:**

$$Q_{dot,1}^{Conv} = A(T_s' - T_1), \quad Q_{dot,2}^{Conv,2} = \alpha A(T_s'' - T_2)$$

$$\frac{dT_s(t)}{dt} = \frac{1}{mc} (Q_{dot,1}^{Conv} - Q_{dot,2}^{Conv})$$

**Wärmestrahlung:**  $Q_{dot}^{Rad} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_s^4 - T^4)$

# Wärmetauscher: Dynamisch

